Rubrica de Evaluación – Nivel II

Problema 1

Solución: Primero podemos determinar la energía liberada por el martillo, considerando que $v_f = 0$ que es cuando el martillo golpea el clavo, la energía al principio es cinética:

$$E_m = K = \frac{1}{2} m_m v^2$$

Y dado que es para n golpes:

$$E_m = nK = \frac{1}{2} n m_m v^2$$

Si el martillo solo libera una cantidad k de energía, dicha energía total liberada por el martillo se determina por:

$$E_t = knK = \boldsymbol{\frac{1}{2} k n m_m v^2}$$

Parte B

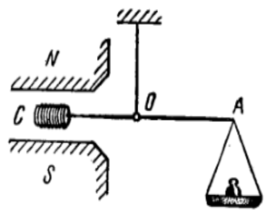
La energía liberada del martillo es la energía Q que absorbe el clavo:

$$Q = E_t$$

$$m_c c_a \Delta T = \frac{1}{2} k n m_m v^2$$

$$\Delta T = \frac{k n m_m v^2}{2 m_c c_a}$$

Problema 2.



Inicialmente no hay corriente en la bobina por lo tanto no hay movimiento traslacional y la varilla esta en equilibrio. Cuando se introduce la corriente a la bobina, se compensa el equilibrio introduciendo una pequeña masa δm a la balanza.

Dado que $OA = CO = x$

Cuando no hay corriente se cumple que:

$$m_{bobina} g x = m_{balanza} g x$$

Lo cual indica que a varilla está en equilibrio.

Cuando se introduce la corriente, por la fuerza magnética habrá un momento:

$$\tau_1 = NIBS$$

Este en sentido antihorario. Además, por el peso de la bobina:

$$\tau_2 = m_{bobina} g x$$

Estos dos momentos van a se equilibrados en la derecha por el momento ejercido por la balanza y la nueva masa del contrapeso δm:

$$\tau_3 = gx(m_{balanza} + \delta m)$$

Para que el equilibrio exista debe cumplir:

$$\tau_1 + \tau_2 = \tau_3$$

$$NIBS + m_{bobina}gx = gx(m_{balanza} + \delta m)$$

$$NIBS + m_{bobina}gx = gxm_{balanza} + \delta mgx$$

Recordando que $m_{bobina}gx = m_{balanza}gx$, la ecuación anterior se reduce a:

$$NIBS = \delta mgx$$

$$B = \boldsymbol{\delta m}\frac{\boldsymbol{gx}}{\boldsymbol{NIS}} = \mathbf{0.4}\ \boldsymbol{T}$$

Problema 3:

El calor entregado al agua es simplemente $c_e m(T - T_0)$. Por lo tanto, es fácil ver que $H = c_e m(T - T_0)/t$.

b) El calor necesario para evaporar la mitad de la masa es $Lm/2$, el cual fue entregado por la estufa. Por lo tanto,

$$\Delta t = Lm/(2H) \Rightarrow \Delta t = \frac{Lt}{2c_e(T - T_0)}$$

c)Al agregar nuevamente la mitad de la masa, el calor ganado por esta es igual al perdido por el resto.

$$\frac{1}{2}c_e m(T_c - T_0) = \frac{1}{2}c_e m(T - T_c) \Rightarrow T_c - T_0 = T - T_c \Rightarrow T_c = (T_0 + T)/2$$

Problema 4:

Dado que la esfera conductora está conectada a tierra, su potencial deberá ser cero. Esto puede verse de la siguiente forma. Asuma que tiene un potencial diferente de cero, entonces existirá una corriente eléctrica que la cargará o descargará hasta que el potencial sea cero.

Las esferas con radio mayor incrementarán el potencial hasta su superficie. En cambio, las esferas con radio inferior incrementarán el potencial hasta el radio de la esfera impostará.

Matemáticamente,

$$kQ_m/R_m + \Sigma_{i=1}^{m-1}(kQ_i/R_m) + \Sigma_{i=m+1}^{N}(kQ_i/R_i) \Rightarrow Q_M = -\Sigma_{i=1}^{m-1}Q_i - \Sigma_{i=m+1}^{N}Q_i(R_m/R_i)$$

Escogemos una esfera de radio $a > NR$ centrada con las esferas, debido al teorema de Gauss:

$$\eta = (\Sigma_{n=1}^{N}Q_n + Q_m)/\Sigma_{n=1}^{N}Q_n = \left(\Sigma_{n=1}^{N}Q_n - mQ - \Sigma_{n=1}^{m-1}Q_n - \Sigma_{n=m+1}^{N}Q_n(R_m/R_n)\right)/\Sigma_{n=1}^{N}Q_n$$

$$\eta = \left(\Sigma_{n=m+1}^{N}Q(1 - R_m/R_n)\right)/\Sigma_{n=1}^{N}Q_n = \left(\Sigma_{n=m+1}^{N}(n - m)\right)/\Sigma_{n=1}^{N}n$$

$$\eta = \big((N - m)(N + 1 - m)\big)/\big(N(N + 1)\big)$$

$$\boldsymbol{\eta\,(N + 1)N = (N - m)(N + 1 - m)}$$

Lo que se quería demostrar.

Rubrica de Evaluación - Nivel I

Problema 1:

a) La aceleración máxima es tal que la fuerza sobre el objeto es la fuerza de fricción estática máxima:

$$a_{max} = g\mu = 4.9\ m/s^2$$

b) Como $a > a_{max}$ el bloque se deslizará. Por lo tanto, la aceleración neta está dada por μg. Entonces, la aceleración relativa al carro será:

$$a_r = a_{max} - a = 1.1 m/s$$

Problema 2.

Parte A

Usando la conservación de la energía:

$$U = K$$

$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

Sea v_1, la velocidad común del disco y la tabla cuando se mueven juntos. A partir de la ley de conservación del momento lineal

$$mv = v_1(m + M)$$

$$v_1 = \frac{mv}{m + M}$$

Por el teorema del trabajo y la energía cinética. Para este caso es el trabajo por la fuerza de fricción

$$W = \Delta K$$

$$W_{fr} = \frac{1}{2}(M + m)v_1^2 - \frac{1}{2}mv = \frac{1}{2}(M + m)\left(\frac{mv}{m + M}\right)^2 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$W_{fr} = \frac{1}{2}\left(\frac{m^2v^2}{M + m}\right) - \frac{1}{2}mv^2$$

$$\boldsymbol{W_{fr} = \frac{mv^2}{2}\left(\frac{m}{M + m} - 1\right)}$$

Sustituyendo $mv^2/2 = mgh$

$$\boldsymbol{W_{fr}} = mgh\left(\frac{m}{M + m} - 1\right) = \boldsymbol{-mgh\left(\frac{M}{M + m}\right)}$$

Parte B.

En la parte a se resolvió para el trabajo desde el marco de referencia de toda la vida. Ahora usaremos el tablón para llegar al mismo resultado. La tabla se empieza a mover debido a la fuerza de fricción entre el disco y la misma (Recordar que el piso es liso).

La aceleración de la tabla a_0 esta dado en términos de la fuerza de fricción.

$$a_0 = \frac{f}{M} = \frac{\mu m g}{M}$$

Existe una aceleración de retardo del disco en términos de f la nueva aceleración a_o puesto que llegando al tablón ambos seguirán avanzando.

$$a_r = \frac{f + m a_0}{m} = \frac{\mu m g + \frac{\mu m^2 g}{M}}{m} = \mu g + \frac{\mu m g}{M} = \mu g \left(1 + \frac{m}{M}\right) = \mu g \left(\frac{M+m}{M}\right)$$

Sea S, la distancia que recorrerá el disco antes de detenerse ($v_f = 0$) en relación a la tabla, por lo cual:

$$v_f^2 = v_0^2 - 2 a_r S$$

$$S = \frac{v_0^2}{2 a_r}$$

Cuando el disco entra a la tabla, la velocidad con la que inicia es $v = \sqrt{2gh}$, por tanto:

$$S = \frac{2gh}{2\mu g \left(\frac{M+m}{M}\right)} = \frac{Mh}{\mu (M+m)}$$

El trabajo por fuerza de fricción esta dado por:

$$W_{fr} = -fS = -(\mu g m) \frac{Mh}{\mu(M+m)} = \boldsymbol{-mgh\left(\frac{M}{M+m}\right)}$$

Tal como se resolvió en la parte A.

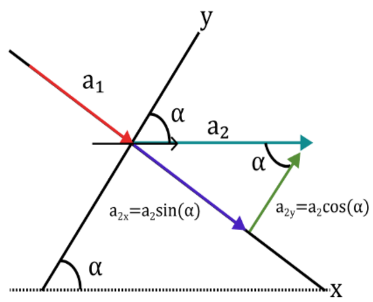
Problema 3.

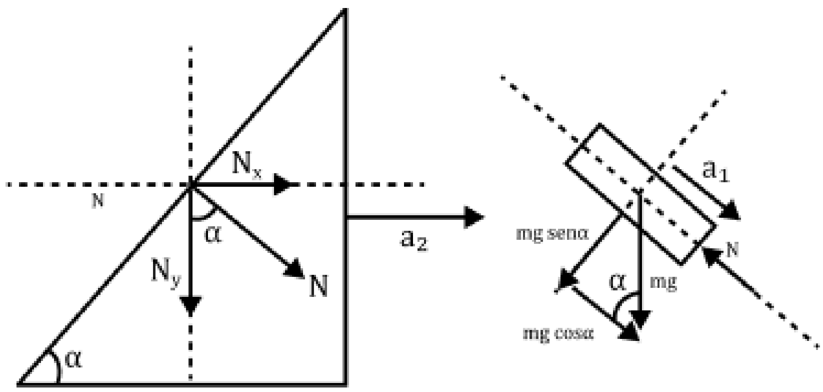
a. Usando descomposición de vectores en componentes rectangulares vemos que:

$$a_1 = a_{2x}$$

En términos de del ángulo α:

$$\boldsymbol{a_1 = a_2 \sin \alpha}$$





b. A partir del diagrama de fuerza obtenemos:

$$\boldsymbol{mg\cos\alpha - N = ma_1} \quad \mathbf{1}\ldots$$

$$\boldsymbol{N}\sin\alpha = Ma_2 \quad 2\ldots$$

Puesto que N actúa para ambos cuerpos, se cumple para las aceleraciones que:

$$a_1 = a_2\sin\alpha$$

Usando la ecuación 1 en la 2 y la propiedad anterior:

$$(mgcos\alpha - ma_2\sin\alpha)\sin\alpha = Ma_2$$

$$mgcos\alpha = Ma_2 + ma_2\sin^2\alpha$$

$$\boldsymbol{a_2 = \frac{mgcos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}}$$

De otra forma.

$$\boldsymbol{a_2 = \frac{mgcos\alpha}{\frac{M}{\sin\alpha} + m\sin\alpha}}$$

Para la barra es más sencillo, usando la propiedad encontrada en a.

$$a_1 = a_2\sin\alpha = \boldsymbol{\frac{mgcos\alpha}{\frac{M}{\sin\alpha} + m\sin\alpha}}$$

Problema 4:

a) La velocidad del centro de masa es fácilmente calculable como:

$$v_{cm} = \frac{m_B\omega L}{m_A + m_B}$$

Colocándonos en un marco de referencia que se mueva respecto al centro de masa, tenemos que:

$$r_B = \frac{m_A L}{m_A + m_B}; v_A = \omega L - \frac{m_B\omega L}{m_A + m_B} = \frac{m_A\omega L}{m_A + m_B}$$

$$\omega' = \omega$$

Por lo que, no cambia la velocidad angular. Observe que, si resolvemos considerando B, nos queda el mismo resultado.

b) La tensión de la cuerda es simplemente:

$$T = m_B \omega^2 r_B$$

$$T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} \omega^2 L$$

Note que nos queda la tensión que la masa reducida generaría como era de esperarse.